

H. Burg*

**Approximation
von Trägheitsmomenten
bei Personenkraftwagen**

1 Einleitung

Bei der Rekonstruktion von Straßenverkehrsunfällen wird häufig das Trägheitsmoment von Fahrzeugen um die Gierachse benötigt. Da dieser Wert nur für relativ wenige Fahrzeuge bekannt bzw. veröffentlicht ist, wird er in der Praxis mit der Näherungsformel $J = m (R/2)^2$ berechnet oder durch Vergleiche mit Fahrzeugen abgeschätzt, bei denen das Trägheitsmoment bekannt ist. Die vorliegende Ausarbeitung liefert einen Beitrag zur genaueren Berechnung des Trägheitsmoments von Personenkraftwagen unter Rückgriff auf bekannte Werte.

2 Definitionen

Formelzeichen	Bezeichnung	Einheit
J	Trägheitsmoment	kgm ²
m	Masse	kg
R	Radstand	m
L	Fahrzeuglänge	m
B	Bestimmtheitsmaß	-

$$B = r^2 = \frac{s_{xy}^2}{s_x^2 \cdot s_y^2}$$

r	Korrelationskoeffizient	-
s	Standardabweichung	-

3. Zusammenhang zwischen Trägheitsmoment und Fahrzeugmasse

Zunächst wird das Trägheitsmoment um die Gierachse als Funktion der Fahrzeugmasse betrachtet. In [1] sind Trägheitsmomente für verschiedene PKW veröffentlicht. Sie sind in Bild 1 über der Fahrzeugmasse aufgetragen. Da Werte für schwere PKW in [1] kaum enthalten sind, wurden solche zusätzlich in Bild 1 eingezeichnet. Insgesamt liegen somit Angaben über 56 Fahrzeuge vor.

*Dipl.-Ing. Heinz Burg
Leiter der Hauptabteilung Unfallforschung beim DEKRA, Stuttgart

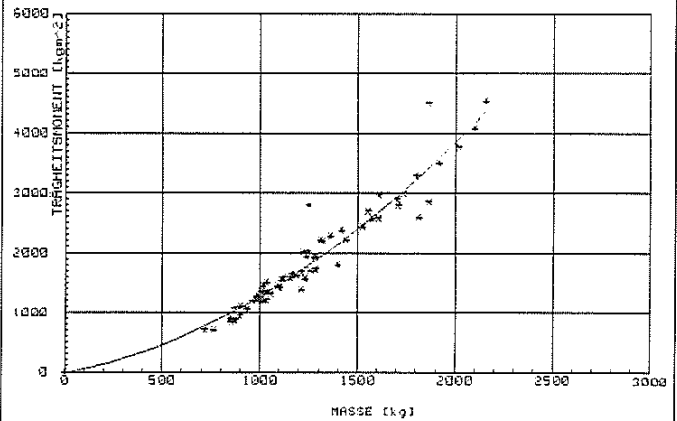


Bild 1
Trägheitsmoment über Fahrzeugmasse mit Regressionspolynom

Für die Werte nach Bild 1 wurde eine Regressionskurve berechnet und eingezeichnet. Sie sollte durch den Koordinatenursprung gehen, weil für $m = 0$ auch $J = 0$ gelten muß. Es wurde ein Polynom 2. Ordnung gewählt, für das die Koeffizienten in Gleichung (1) gelten:

$$J = -24,22 + 0,653 m + 6,41 \cdot 10^{-4} \cdot m^2 \quad (1)$$

Die Güte der Näherungsfunktion kann durch das Bestimmtheitsmaß B angegeben werden, es ist hier $B = 0,9522$. Wie noch gezeigt wird, kann eine wesentlich bessere Näherung erreicht werden, wenn außer der Masse noch der Radstand und die Fahrzeuglänge bei der Approximation mit berücksichtigt werden.

Über Trägheitsmomente als Funktion der Masse gibt es in der Literatur einen Hinweis, jedoch ist nicht bekannt, welche Fahrzeugtypen betrachtet wurden, so daß Informationen über Radstand und Fahrzeuglänge nicht abgeleitet werden können. Es ist jedoch bedeutsam zu wissen, ob die Angaben in den Literaturstellen [1] und [2] übereinstimmen. In [2] sind die Trägheitsmomente von 26 Fahrzeugen als Funktion der Masse angegeben und zwar im Bereich der Fahrzeugmasse zwischen 700 kg und 1500 kg. Es wird auch eine Näherungsformel angegeben (Bild 2). Trägt man die Funktion nach Gleichung (1) in Bild 2 ein, so erkennt man, daß die Angaben in den Literaturstellen [1] und [2] weitgehend übereinstimmen:

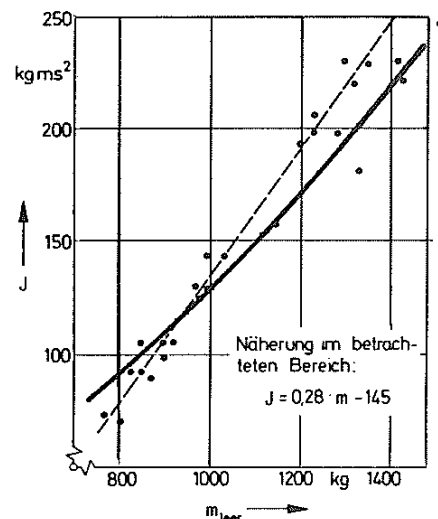


Bild 2
Trägheitsmoment über Masse nach [2], Beschriftung teilweise geändert. Durchgezogene Linie entspricht Gleichung (1).

$J = f(\dots)$ Regression	(m)	(m · R)	(m · L)	(m, R ²)	(m · R · L)
Funktion	$J = A + B \cdot m + C \cdot m^2$	$J = A + B \cdot m \cdot R + C(m \cdot R)^2$	$J = A + B \cdot m \cdot L + C(m \cdot L)^2$	$J = A \cdot m \cdot R^2$	$J = A \cdot m \cdot R \cdot L$
Koeffizienten	A = 24,22 B = 0,653 C = 26,41 · 10 ⁻⁴	A = 10,74 B = 0,394 C = 0,439 · 10 ⁻⁴	A = 49,44 B = 0,274 C = 0,109 · 10 ⁻⁴	A = 0,2166	A = 0,1269
Bestimmtheitsmaß B	0,9522	0,9645	0,9693	0,9772	0,9827

Tabelle 1 Regressionsfunktionen zur Bestimmung des Trägheitsmomentes um die Gierachse bei Pkw

4 Trägheitsmoment als Funktion von Masse, Radstand und Fahrzeuglänge

Mit den Werten von 56 zur Verfügung stehenden Fahrzeugen wurde geprüft, ob sich eine bessere Näherungsfunktion finden läßt, wenn außer der Fahrzeugmasse noch die ebenfalls meist verfügbaren Abmessungen, Radstand und Fahrzeuglänge berücksichtigt werden. In Bild 3 ist das Trägheitsmoment einmal als Funktion von Masse mal Radstand und einmal als Funktion von Masse mal Länge angegeben. Auch sind Regressionskurven eingezeichnet. Bild 4 zeigt den Zusammenhang zwischen dem Trägheitsmoment und Masse mal Radstand zum Quadrat, sowie zwischen Trägheitsmoment und Masse mal Radstand mal Länge. Auch in diesem Bild sind jeweils die Regressionskurven eingezeichnet. Bereits aus der Anschauung folgt, daß die in Bild 4 dargestellten Zusammenhänge am besten für eine näherungsweise Berechnung des Trägheitsmomentes geeignet sind. Der analytische Zusammenhang und die Werte zur Beurteilung der Regressionskurven sind in Tabelle 1 eingetragen.

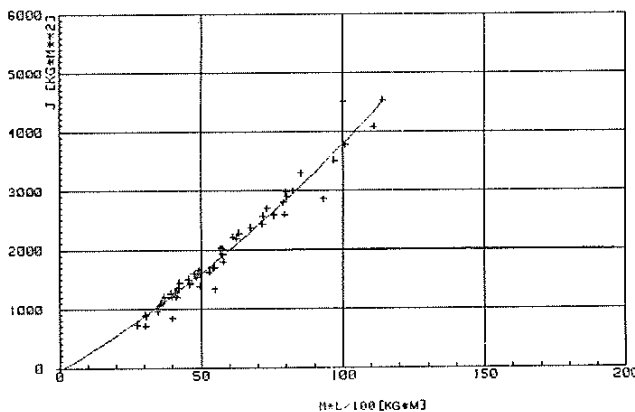
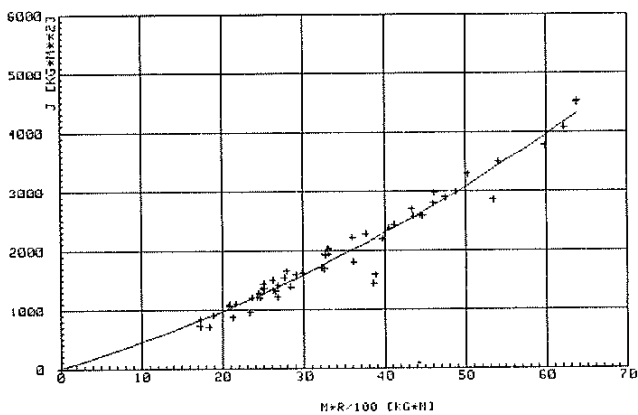


Bild 3
oben - Trägheitsmoment über Masse mal Radstand
unten - Trägheitsmoment über Masse mal Länge

Der aufgezeigte Zusammenhang gilt für übliche Fahrzeugbelastung. Extreme Lasten im Kofferraum müssen gesondert berücksichtigt werden.

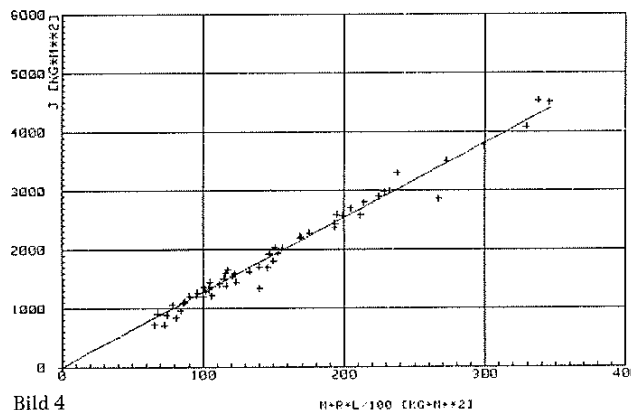
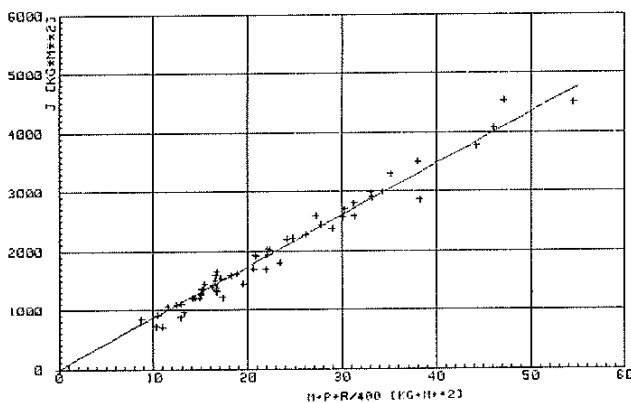


Bild 4
oben - $J = f(m, R^2)$
unten - $J = f(m, R, L)$

5 Zusammenfassung

Bei der Verkehrsunfallrekonstruktion besteht häufig die Notwendigkeit, das Trägheitsmoment von Personenkraftwagen um die Gierachse zu ermitteln. Da es nur relativ wenige veröffentlichte Meßwerte darüber gibt, wurden verschiedene Möglichkeiten der Approximation untersucht. Ausgehend von 56 Fahrzeugen, bei denen das Trägheitsmoment bekannt ist, wurde dessen Abhängigkeit von den Parametern Masse, Radstand und Länge bestimmt. Es zeigte sich, daß bei der Verwendung der Regressionsfunktionen $J = A \cdot m \cdot R^2$ bzw. $J = A \cdot m \cdot R \cdot L$ sehr gute Resultate erreicht werden. Extreme Kofferraumbeladung muß gesondert berücksichtigt werden.

Literaturverzeichnis

- [1] Burg, Rau: Handbuch der Verkehrsunfallrekonstruktion, Verlag Information Ambs GmbH, 7634 Kippenheim, 1981
- [2] Hucho: Aerodynamik des Automobils, Vogel Verlag, Würzburg, 1981.